

MĚŘENÍ TÍHOVÉHO ZRYCHLENÍ PŘEVRATNÝM KYVADLEM

Pracovní úkol:

- 1) Určete tíhové zrychlení převratným kyvadlem.
- 2) Sestrojte graf závislosti dob kmitů t_1 a t_2 na poloze závaží d .
- 2) Měření vyhodnoťte a určete chybu měření.

Pomůcky: převratné kyvadlo se závažím, stopky, měřítko.

Teorie:

Gravitační zrychlení g je zrychlení, které uděluje gravitační síla \vec{F}_g hmotnému bodu o hmotnosti m v daném místě na povrchu Země. Tíhové zrychlení je zrychlení vyvolané tíhovou silou \vec{F}_G a je definováno jako zrychlení volně padajícího tělesa ve vakuu. Vlivem rotace Země kolem své osy je velikost tíhového zrychlení závislá na zeměpisné šířce daného místa, kde zrychlení měříme. Tíhovou silou \vec{F}_G rozumíme gravitační sílu zmenšenou o dostředivou sílu \vec{F}_d , která způsobuje rotaci tělesa spolu se Zemí. Pro síly platí následující vztah:

$$\vec{F}_g = \vec{F}_G + \vec{F}_d \quad (1)$$

Velikost gravitační síly popisuje Newtonův gravitační zákon:

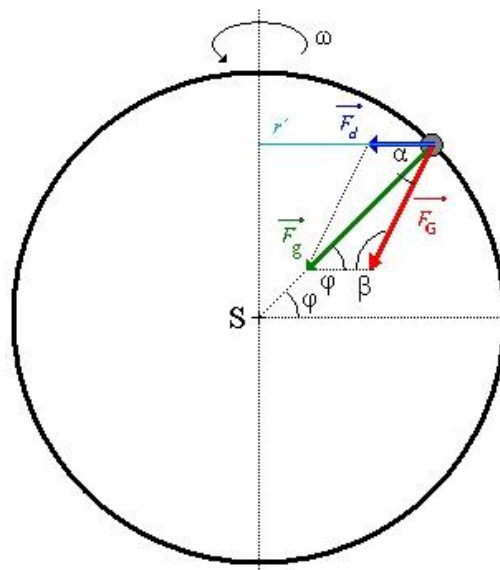
$$\vec{F}_g = \kappa \cdot \frac{M_Z \cdot m}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \quad (2)$$

M_Z představuje hmotnost Země, κ je gravitační konstanta, r je velikost vzdálenosti hmotných středů tělesa a Země ($r = R_Z + h$) a $\frac{\vec{r}}{r}$ je jednotkový vektor ve směru spojnice hmotných středů.

Pro dostředivou platí vztah:

$$\vec{F}_d = m \cdot \vec{a}_d = m \cdot \vec{r}' \cdot \omega^2, \quad (3)$$

kde \vec{a}_d je dostředivé zrychlení, ω úhlová rychlost rotace Země kolem své osy a r' poloměr kružnice opisované obíhajícím hmotným bodem na povrchu Země. Situaci znázorňuje obrázek č. 1.



Obrázek č. 1: Rozbor sil

Označíme-li si zeměpisnou šířku jako úhel φ (odklon od rovníku), bude mezi poloměrem r' a vzdáleností hmotných středů tělesa a Země platit jednoduchý vztah:

$$r' = r \cdot \cos \varphi \quad (4)$$

Přepíšeme-li rovnici (1) do podoby pro velikosti sil, pak dostaneme tvar:

$$F_G \cdot \cos \alpha = F_g - F_d \cdot \cos \varphi \quad (5)$$

Pomocí kosinové věty lze velikost tíhové síly F_G vyjádřit v jiném tvaru:

$$F_G = \sqrt{F_g^2 + F_d^2 - 2 \cdot F_g \cdot F_d \cdot \cos \varphi} \quad (6)$$

Pro velikost tíhové zrychlení g v daném místě pak platí vztah:

$$g = \sqrt{g_{gr}^2 + \omega^4 \cdot r^2 \cdot \cos^4 \varphi - 2 \cdot g_{gr} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \cos^2 \varphi}, \quad (7)$$

kde $g_{gr} = \kappa \cdot \frac{M_Z}{r^2}$ a $r = R_Z + h$.

Dohodou byla stanovena hodnota tzv. *normálního tíhového zrychlení* $g_n = 9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (přesně), která odpovídá hodnotě tíhového zrychlení pro 45° severní zeměpisné šířky při hladině moře. Mezinárodní geodeticko-fyzikální unie stanovila roku 1930 experimentální vztah pro určení normálního tíhového zrychlení v závislosti na zeměpisné šířce a nadmořské výšce:

$$g_n(\varphi, h) = 9,78049 \cdot (1 + 0,0052884 \cdot \sin^2 \varphi - 0,0000059 \cdot \sin^2 2\varphi) - 1,967 \cdot 10^{-6} \cdot h, \quad (8)$$

kteří zohledňuje zploštění Země na pólech.

Pro stanovení tíhového zrychlení lze použít např. tzv. Atwoodův stroj nebo různé typy kyvadel. Z hlediska přesnosti získaných výsledků se jeví jako vhodné použití *převratného*, tzv. *reverzibilního kyvadla*.

Základní vztahy:

Převratné kyvadlo je kyvadlo, které má dvě rovnoběžné osy otáčení O_1 a O_2 , nesouměrně položené k těžišti, se stejnou dobou kmitu. Vzdálenost těchto os nazýváme redukovanou délkou kyvadla l^* . Pro dobu kmitu platí:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{l^*}{g}} \quad (9)$$

Provedeme-li přesná měření redukované délky l^* a doby kmitu τ můžeme ze vztahu (9) určit tíhové zrychlení g .



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



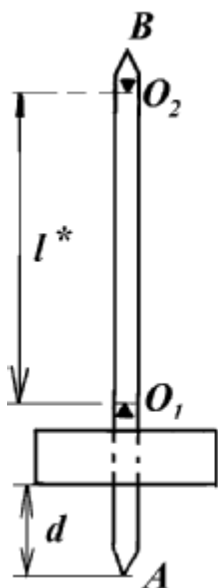
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



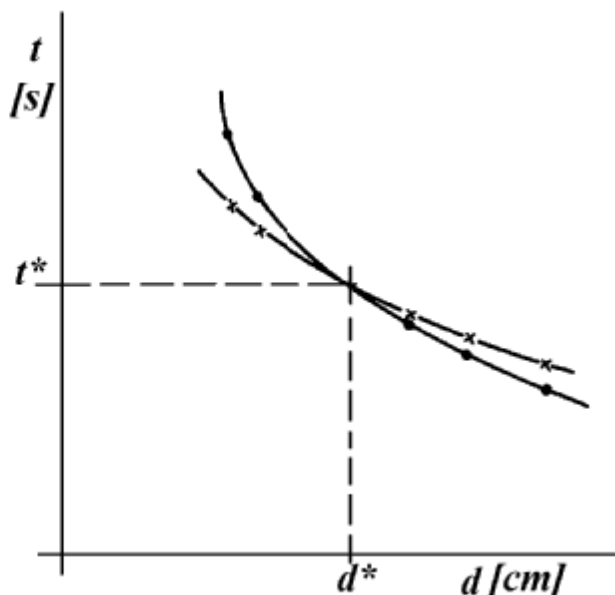
OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

Technické provedení tohoto kyvadla je vidět na obrázku č. 2. Kovová tyč AB se dvěma rovnoběžnými břity O_1 a O_2 má na jednom konci upevněno posuvné závaží, které způsobuje nesouměrné rozložení hmotnosti. Závaží lze po tyči mezi body AO_1 posouvat a měřit doby kmitu τ_1 podle osy O_1 a τ_2 podle osy O_2 pro různé polohy d závaží. Cílem je nastavit polohu závaží d^* tak, aby $\tau_1 = \tau_2 = \tau$.

Sestrojíme graf závislosti dob n kmitů t_1 a t_2 na poloze závaží d (obrázek č. 3). Body pro závislost doby n kmitů podle osy O_1 jsou na obrázku označeny \bullet , body pro dobu n kmitů podle osy O_2 jsou označeny \times . Z grafu určíme hodnotu d^* a tomu odpovídající hodnotu t^* .



Obrázek č. 2: Převratné kyvadlo



Obrázek č. 3: Závislost doby kmitu na poloze závaží

Pokyny pro měření a jeho zpracování:

1) Vzdálenost AO_1 si rozdělte na několik stejných úseků, na kterých nastavujte polohu závaží (např. 3, 5, 7, 9 a 11 cm). Pro nastavenou polohu d závaží určete dobu $n=20$ kmitů t_1 pro osu O_1 a dobu $n=20$ kmitů t_2 pro osu O_2 . Tyto hodnoty запиšte do předem připravené tabulky. **Úhel rozkyvu nesmí překročit 5° !!** Pak změňte polohu d a postup zopakujte.

2) Cílem měření je nastavit polohu závaží d tak, aby $t_1 = t_2$. Z tabulky naměřených hodnot lze hodnotu d^* odhadnout podle změny nerovnosti $t_1 > t_2$ na $t_1 < t_2$. Metodou půlení intervalu zpřesněte hodnotu d^* na $\pm 2,5$ mm (tj. $\pm 1/2$ nejmenšího dílku stupnice na kyvadle).

3) Závaží umístíte co nejpřesněji do polohy d^* a určete dobu $n = 50$ kmitů t_1 a t_2 včetně jejich přesnosti σ_t . Pokud se hodnoty liší o více než 0,1 s, je třeba polohu závaží d^* změnit a provést měření znovu. Přesnou polohu d^* změřte pomocí měřítka ($\pm 0,5$ mm).

4) Stanovte dobu jednoho kmitu τ a jeho chybu σ_τ :

$$\tau = \frac{1}{100}(t_1 + t_2) \quad \sigma_\tau = \frac{\sqrt{2}}{100} \sigma_t \quad (10)$$

5) Změřte vzdálenost os $O_1O_2 = l^*$ a určete její chybu σ_{l^*} .

6) Ze vztahu (9) odvoďte vzorec pro výpočet tíhového zrychlení g , dosadte naměřené hodnoty a vypočítejte g . Výslednou chybu měření g určete pomocí chyby nepřímého měření.

7) Výsledek zapište v obvyklém tvaru a porovnejte ho s tabulkovou hodnotou. (Při běžném měření lze dosáhnout přesnosti 0,5%.)

8) Naměřené hodnoty z tabulky vynesete do grafu a proložte vhodnými křivkami. Vyznačte hodnotu d^* a tomu odpovídající hodnotu l^* .

Kontrolní otázky:

- Jaký je rozdíl mezi dobou kmitu a dobou kyvu?
- Jaký je rozdíl mezi matematickým a fyzikálním kyvadlem?
- Vypočítejte tíhové zrychlení pro nadmořskou výšku Liberce (372,94 m n.m.)

Literatura:

- Kazda, V., Soška, F.: Laboratorní cvičení z fyziky, skriptum VŠST Liberec 1976
- Kopal a j.p.: Fyzika I, Liberec: TUL, 2009. 2. vydání. ISBN 978-80-7372-477-1.
- Brož, J. a kol.: Základy fyzikálních měření I, vydání 2. SPN, Praha 1983



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost