

MĚŘENÍ INDUKČNOSTI A KAPACITY STŘÍDAVÝM PROUDEM

Pracovní úkoly:

1. Změřte indukčnost a činitel jakosti cívek v závislosti na procházejícím proudu.
2. Změřte kapacitu kondenzátorů.

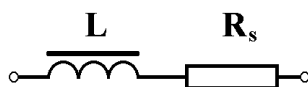
Pomůcky: zdroj střídavého napětí, potenciometr, ampérmetr, voltmetr, vzorky kondenzátorů a cívek, U-jádro do cívky, vodiče

Teorie:

Kondenzátory a cívky se používají ve stejnosměrných a střídavých elektrických obvodech. V jednoduchých modelech elektrických obvodů pracujeme s ideálními cívkami a ideálními kondenzátory. Reálné cívky a kondenzátory se ideálními prvky jen přibližují.

Reálná cívka:

Ideální cívku charakterizuje indukčnost L a fázový posun mezi napětím a proudem o úhel $+\pi/2$, kdy se elektrické napětí na cívce předbíhá před elektrickým proudem tekoucím cívkou. Reálná cívka je na rozdíl od ideální cívky charakterizována kromě indukčností L ještě činitelem jakosti Q . Elektrické napětí na reálné cívce se předbíhá před elektrickým proudem o úhel menší než $+\pi/2$. Reálnou cívku si lze představit jako soustavu ideální cívky a rezistoru zapojeného v sérii. Sériový rezistor představuje elektrický odpor vinutí cívky (viz obrázek č. 1).



Obrázek č. 1: Náhradní schéma reálné cívky

Pro impedanci náhradního obvodu platí vztah:

$$Z_L = \sqrt{R_s^2 + X_L^2}, \quad (1)$$

kde X_L je indukčnost ideální cívky a R_s odpor vinutí cívky.

$$X_L = \omega \cdot L, \quad \text{tj.} \quad X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L, \quad (2)$$

kde f představuje frekvenci střídavého proudu.

Pro impedanci náhradního zapojení platí vztah:

$$Z_L = \frac{U}{I}. \quad (3)$$

Jednoduchými úpravami lze ze vztahů (1) - (3) dojít ke vztahu pro určení indukčnosti:

$$L = \frac{\sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R_s^2}}{\omega} \quad (4)$$

Činitel jakosti cívky Q je definován jako reciproká hodnota tangenty ztrátového úhlu nebo jako tangenta fázového posunutí napětí vůči proudu:



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

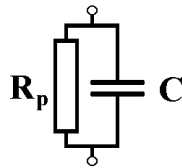
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$Q = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \cdot L}{R_s}, \quad (5)$$

kde δ je ztrátový úhel a φ fázový posun (platí $\delta + \varphi = +\pi/2$).

Reálný kondenzátor:

Ideální kondenzátor charakterizuje kapacita C a fázový posun mezi napětím a proudem o úhel $-\pi/2$, kdy se elektrické napětí na kondenzátoru opožďuje za elektrickým proudem kondenzátorem. Reálný kondenzátor charakterizují kapacita C a ztrátový činitel $\operatorname{tg} \delta$. Elektrické napětí na reálném kondenzátoru se opožďuje za elektrickým proudem reálným kondenzátorem o úhel větší než $-\pi/2$. Reálný kondenzátor si lze představit jako soustavu ideálního kondenzátoru s paralelně zapojeným rezistorem. Paralelní rezistor představuje vodivost dielektrika, tj. svod mezi deskami kondenzátoru (viz obrázek č. 2).



Obrázek č. 2: Náhradní schéma reálného kondenzátoru

Pro impedanci náhradního obvodu platí vztah:

$$\frac{1}{Z_c} = \sqrt{\frac{1}{R_p^2} + \frac{1}{X_c^2}} \Rightarrow Z_c = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_p^2} + \frac{1}{X_c^2}}}, \quad (6)$$

kde X_c je kapacitance ideálního kondenzátoru a R_p odpor dielektrika.

$$X_c = \frac{1}{\omega \cdot C}, \quad \text{tj.} \quad X_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}, \quad (7)$$

kde f představuje frekvenci střídavého proudu.

Pro impedanci náhradního zapojení platí vztah:

$$Z_c = \frac{U}{I}. \quad (8)$$

Jednoduchými úpravami lze ze vztahů (6) - (8) dojít ke vztahu pro určení indukčnosti:

$$C = \frac{\sqrt{\left(\frac{I}{U}\right)^2 - \frac{1}{R_p^2}}}{\omega} \quad (9)$$

Protože odpor dielektrika reprezentovaný odporem R_p je nejméně v řádu desítek kiloohmů, je hodnota výrazu $\frac{1}{R_p^2}$ zanedbatelná vůči výrazu $\left(\frac{I}{U}\right)^2$. Po provedení zanedbání dostáváme přibližný vztah pro určení kapacity kondenzátoru:

$$C = \frac{\sqrt{\left(\frac{I}{U}\right)^2 - \frac{1}{R_p^2}}}{\omega} \approx \frac{\sqrt{\left(\frac{I}{U}\right)^2}}{\omega} = \frac{I}{\omega \cdot U} = \frac{I}{\omega \cdot U} \quad (10)$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pozn.: Reálný kondenzátor se v porovnání s reálnou cívkou mnohem více blíží svému ideálnímu modelu. Výjimku tvoří pouze cívky tvořené supravodivými vodiči, které jsou prakticky ideálními cívkami ($R_s=0$).

Pro ztrátový činitel $\text{tg } \delta$ lze odvodit vztah:

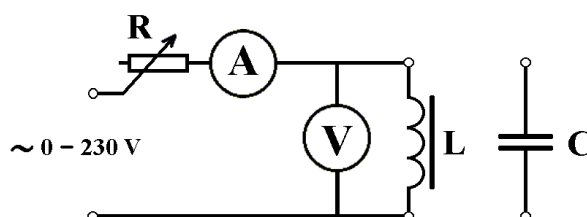
$$\text{tg } \delta = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R_p} \quad (11)$$

Jinou možností je vypočítat ztrátový činitel $\text{tg } \delta$ z činného výkonu P a příkonu kondenzátoru v zapojení:

$$\text{tg } \delta = \frac{P}{\sqrt{(U \cdot I)^2 - P^2}} \quad (12)$$

Princip měření:

Měření se provádí v zapojení podle obrázku č. 3.



Obrázek č. 3: Schéma zapojení pro měření indukčnosti cívky (kapacity kondenzátoru)

Pozn.: Měření je zatíženo systematickou chybou způsobenou vnitřními odpory použitých přístrojů. Ampérmetr měří součet proudu protékajícího měřeným prvkem a proudu procházejícího voltmetrem.

Aby tato systematická chyba nebyla velká, je třeba, aby byla při měření cívky splněna podmínka:

$$R_v \gg \sqrt{R_s^2 + (\omega \cdot L)^2}, \quad (13)$$

kde R_v představuje vnitřní odpor voltmetru.

Pro eliminaci systematické chyby způsobené vnitřním odporem voltmetru při měření kondenzátoru je třeba splnit podmínku:

$$R_v \gg \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_p^2} + (\omega \cdot C)^2}}, \quad (14)$$

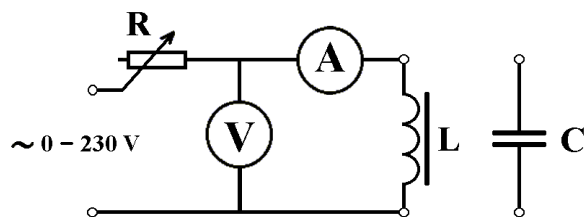
resp. pro přibližný vzorec (10):

$$R_v \gg \frac{1}{\sqrt{(\omega \cdot C)^2}} = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad (15)$$

Pokud není možné podmínky (13) nebo (15) dodržet, je možné použít pro měření modifikované zapojení podle obrázku č. 4. Ale toto zapojení lze korektně použít, pouze pokud je při měření cívky splněna podmínka:

$$R_A \ll \sqrt{R_s^2 + (\omega \cdot L)^2}, \quad (16)$$

kde R_A představuje vnitřní odpor ampérmetru.



Obrázek č. 4: Schéma modifikovaného zapojení pro měření indukčnosti cívky (kapacity kondenzátoru)

Při měření kondenzátoru v zapojení podle obrázku č. 4 je třeba, aby byla splněna podmínka:

$$R_A \ll \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_p^2} + (\omega \cdot C)^2}}, \quad (17)$$

resp. pro přibližný vzorec (10):

$$R_A \ll \frac{1}{\sqrt{(\omega \cdot C)^2}} = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad (18)$$

Pokyny pro měření:

1. Pomocí ohmmetru změřte odpor jednotlivých cívek.
2. Zapojte obvod s cívkou podle obrázku č. 3.
3. Po kontrole zapojení měňte hodnotu proudu tekoucího obvodem v rozsahu uvedeném v návodu k úloze. Zapisujte si do tabulky odpovídající hodnoty proudu I a napětí U . Vyzkoušejte několik typů cívek a několik typů jader.
4. Ze změřených hodnot stanovte pomocí vztahu (4) indukčnosti cívek L a pomocí vztahu (5) činitele jakosti Q .
5. Graficky znázorněte závislost indukčnosti cívky $L=f(I)$ a činitele jakosti $Q=f(I)$ na proudu protékajícím cívkou
6. Zapojte obvod s kondenzátorem podle obrázku č. 3.
7. Po kontrole zapojení měňte hodnotu proudu tekoucího obvodem v rozsahu uvedeném v návodu k úloze. Zapisujte si do tabulky odpovídající hodnoty proudu I a napětí U . Vyzkoušejte několik kondenzátorů o různých hodnotách kapacity.
8. Ze změřených hodnot stanovte pomocí vztahu (10) kapacitu kondenzátorů C .
9. Proveďte kontrolní měření indukčnosti L , činitele jakosti Q a kapacity C pomocí LCR metru.
10. Posuďte, zda je možné zanedbat hodnoty vnitřních odporů ampérmetru a voltmetru.

Literatura:

- [i] SEDLÁK, B., ŠTOLL, I., *Elektřina a magnetismus*. Praha: Academia, 1993, 2002.
 [ii] RAUNER, K., *Elektronika (fyzikální a analogová část)*. Plzeň: Vydavatelství ZČU, 2001.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ