Měření součinitele tepelné vodivosti kovů
Autoři: J.Erhart, L.Rusin, P.Hána

Úkol: Změřte součinitel tepelné vodivosti kovové tyče

Teoretický úvod:
Obecně je prostorové šíření tepla velmi komplexní a složitou úlohou, která není analyticky obecně řešitelná. Teoretické řešení je dostupné pouze pro speciální prostorová uspořádání vodičů tepla, např. pro vedení tepla v tenké homogenní tyči. Takové řešení lze pak použít pro měření součinitele tepelné vodivosti v kovech.
V pevných látkách se teplotní vodivost realizuje různými mechanismy v závislosti na povaze meziatomových vazeb. Pro látky s kovovou vazbou (kovy, vodiče) se přenos tepla uskutečňuje pomocí volných (vodivostních) elektronů – tzv. elektronového plynu. Tepelná vodivost kovů je velká a souvisí s jejich velkou elektrickou vodivostí, která se realizuje podobně skrze elektronový plyn. Naopak u dielektrik (izolantů) je meziatomová vazba výrazně iontové a kovalentní povahy a tepelná vodivost se uskutečňuje prostřednictvím kmitů krystalové mřížky – tzv. fononů. Dielektrika mají potom menší tepelnou vodivost, která však u nich ne zcela souvisí s vodivostí elektrickou. Dielektrika mohou být elektricky typu izolantů až polovodičů.
Energie ve formě tepla – mikroskopicky reprezentovaná kinetickou a potenciální energií systému částic – se šíří v prostoru vedením tak, že tepelný tok je podle Fourierova zákona přímo úměrný gradientu teploty

$$q = -\lambda \cdot gradT \, . \qquad (1)$$

Konstantou úměrnosti λ je součinitel tepelné vodivosti látky. Hodnoty součinitele tepelné pro různé látky viz Tabulka 1. Záporné znaménko ve Fourierově zákoně (1) pak udává směr šíření tepla od místa s vyšší teplotou do míst s teplotou nižší. Obecně je tedy rozložení termodynamické teploty v prostoru nehomogenní a na čase závislé

$$T = T(x, y, z, t) \, . \qquad (2)$$

Stejně tak složky vektoru tepelného toku závisí na poloze v prostoru a čase

$$q = q(x, y, z, t) \, . \qquad (3)$$

Zákon zachování energie pak umožňuje odvodit rovnici vedení tepla

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nu \Delta T + \frac{w}{\rho c} \, , \qquad (4)$$

kde $\nu = \frac{\lambda}{\rho c} [m^2 s^{-1}]$ je tzv. součinitel teplotní vodivosti (určuje jak rychle se prostorem „vede změna teploty“), $w[Wm^{-3}]$ je objemový výkon zdrojů tepla, ρ a c jsou postupně hustota a měrná tepelná kapacita látky. Rovnici vedení tepla lze vyřešit analyticky v některých speciálních případech geometrického uspořádání homogenního prostředí vedoucího teplo.

Tabulka 1. Součinitel tepelné vodivosti pro různé látky (podle [1])

Látka	**λ [$Wm^{-1}K^{-1}$]**
Ag	418
Fe	73
Cu	395
Al	229
Pb	34.7
Pt	70.3

Mosaz	106
Bakelit	0.23
Plexisklo	0.2
Polystyren	0.16
Voda	0.63
Vzduch	0.03

Uvažujme nyní tenkou homogenní tyč konstantního průřezu připojenou na jednom konci k ohřívači a na druhém k chladiči. Tyč je po celé délce adiabaticky izolována tak, aby z ní neunikala tepelná energie do okolí. Po zapnutí ohřívače dochází k šíření tepla tyčí a v tyči dojde k ohřátí v každém místě na určitou teplotu. Tato teplota je zprvu s časem proměnná (tzv. neustálený stav), ale postupně se ustálí tepelná rovnováha s okolím a teplota se již dále s časem nemění (tzv. ustálený stav). V tomto ustáleném stavu je na koncích tyče stálý rozdíl teplot a teplo rovnoměrně přechází tyčí z místa s vyšší teplotou t_1 (ohřívač) do místa s teplotou nižší t_2 (chladič). Řešení rovnice vedení tepla (4) je triviální a teplo Q přenesené za dobu τ průřezem tyče S o délce l je dána vztahem

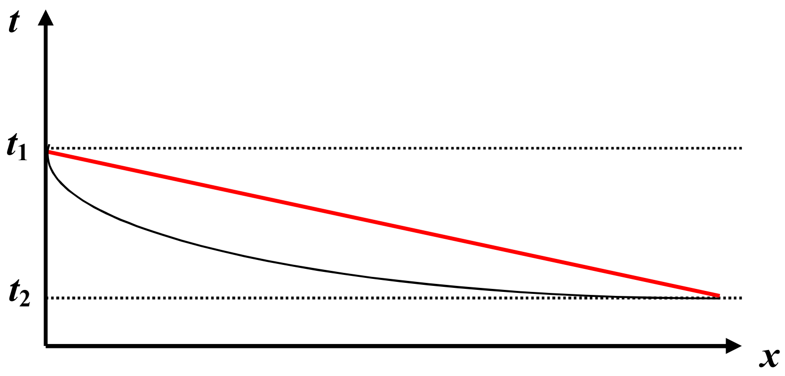
$$q = \frac{Q}{\tau} = \lambda S \frac{t_1 - t_2}{l} \qquad (5)$$

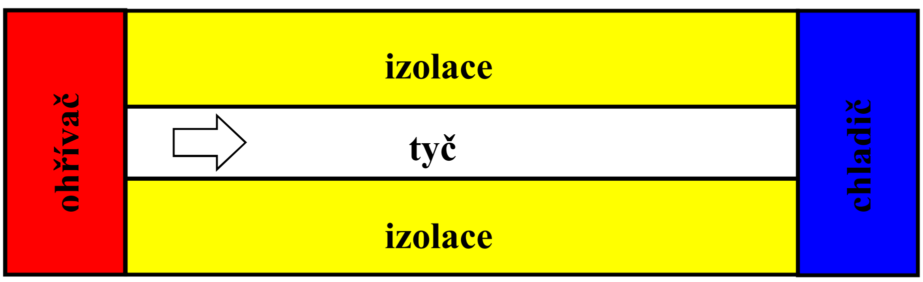
kde materiálová konstanta λ [$Wm^{-1}K^{-1}$] je součinitel tepelné vodivosti. V ustáleném stavu je stálý gradient teploty podél tyče a platí

$$\frac{t_1 - t_2}{l} = \frac{t(x) - t(x')}{x - x'} \, .$$

(6)

Pokles teploty podél délky tyče můžeme tedy v ustáleném stavu stanovit měřením teploty v libovolných dvou místech.





Obr. 1. Rozložení teploty v kovové tyči. Šipkou je znázorněn směr šíření tepla od ohřívače ke chladiči.

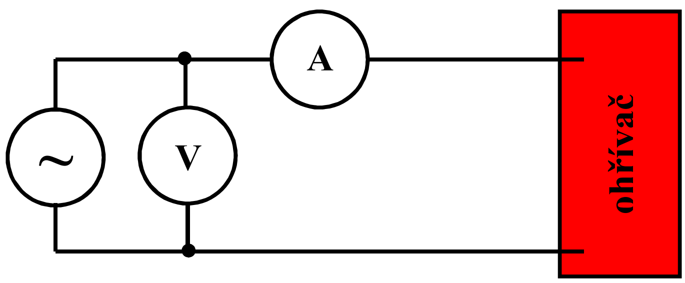
Pro určení součinitele tepelné vodivosti potřebujeme podle rovnice (5) určit tepelný tok $q = \frac{Q}{\tau}$, průřez tyče S a gradient teploty $\frac{t_1 - t_2}{l}$. Potom vypočteme součinitel tepelné vodivosti

$$\lambda = \frac{ql}{S(t_1 - t_2)} = \frac{Ql}{S\tau(t_1 - t_2)} . \qquad (6)$$

Tepelný tok se v případě elektrického ohřívače snadno zjistí jako elektrický příkon měřitelný pomocí elektrického napětí a procházejícího proudu jako

$$q = UI . \qquad (7)$$

Zapojení měřících přístrojů viz Obr. 2. Ohřívač může být realizován např. topným tělískem pájky. Gradient teploty určíme měřením teploty tyče v blízkosti ohřívače (teplota t_1) a teploty tyče v blízkosti chladiče (teplota t_2) – obě místa ve vzdálenosti l od sebe.



Obr. 2. Zapojení měřících přístrojů pro určení výkonu ohřívače.

Vzhledem k tomu, že nelze prakticky realizovat ideální adiabatickou izolaci ohřívače, tyče a chladiče, je třeba provést v měření opravu na teplo vedené z ohřívače jinam než tyčí. Opravu nejlépe provedeme tak, že odpojíme měřenou tyč od ohřívače (jinak zůstává celé uspořádání stejné) a provedeme měření jeho teploty. Postupným zvyšováním napětí na ohřívači dosáhneme na něm stejné teploty, jaká byla na ohřívači dosažena během ustáleného vedení tepla tyčí. V tomto okamžiku je pak výkon dodávaný ohřívači právě roven ztrátovému výkonu $q_0 = U_0 I_0$, který není formou tepla veden tyčí ke chladiči. Rovnici (6) a (7) pak modifikujeme na ztrátový tepelný tok

$$\lambda = \frac{(UI - U_0 I_0)l}{S(t_1 - t_2)} . \qquad (8)$$

Uvedená oprava na ztrátový výkon může být dost velká!

Pozn.: Součinitel teplotní vodivosti má stejný rozměr jako difúzní koeficient. Jevy difúze a teplotní vodivosti jsou popsány stejnou diferenciální rovnicí, kde však teplota odpovídá koncentraci, součinitel teplotní vodivosti difúznímu koeficientu a výkon zdrojů tepla objemové hustotě počtu vzniklých částic při difúzi.

Pomůcky: Přípravek s ohřívačem, tyče z různých materiálů, kádinka-termoska, led, voda, teploměry pro měření teploty tyče, teploměr pro měření teploty ohřívače, oddělovací transformátor, regulační transformátor, voltmetr, ampérmetr

Postup měření:
1. Sestavíme ohřívač, tyč a chladič. Chladič realizujeme směsí vody s ledem v tepelně izolované nádobě. Postupné tání ledu zajišťuje odnímání tepla při současné konstantní teplotě chladiče. Změříme průřez tyče, umístíme teploměry na tyč a změříme vzdálenost mezi nimi. Teplotní čidla umístíme do vzdálenosti 5-10 cm od sebe. Tyč ponoříme do směsi vody a ledu co nejblíže teploměru.
2. Zapojíme ohřívač do regulačního transformátoru a spustíme ohřívání (volte elektrické napětí v rozsahu 120-140V). Pro měření výkonu použijeme přípravku a zapojíme voltmetr a ampérmetr podle Obr. 2. **Nepřekračujte teplotu 110°C!**
3. Počkáme 20-30 minut na ustálení teplot t_1 a t_2.
4. Odečteme hodnoty napětí a proudu, z nich určíme ohřívačem přiváděný výkon.
V ustáleném stavu odečteme teplotu ohřívače připojeným teploměrem a teploty t_1 a t_2.
5. Neustále sledujeme směs vody a ledu, případně promícháváme. V případě velkého úbytku ledu v kádince, led doplňujeme.
6. Po skončení měření vedení tepla kovovou tyčí provedeme ještě korekci na ztrátové teplo odváděné ohřívačem. Odpojíme kovovou tyč, zapneme ohřívání a nastavíme vhodnou volbou napětí stejnou teplotu ohřívače, jaká byla při měření s připojenou tyčí. Napětí na ohřívači nastavujeme postupně od menších hodnot k větším hodnotám. Vyčkáme ustálení teploty min 10 minut. Při nastavení napětí na 120-140V činí napětí nutné pro ztráty přibližně 80-110V podle typu materiálu tyče.
7. Chybu měření určíme podle vzorce

$$\vartheta(\lambda) = \lambda\sqrt{\frac{I_0^2\vartheta^2(U_0) + U_0^2\vartheta^2(I_0) + I^2\vartheta^2(U) + U^2\vartheta^2(I)}{(UI - U_0 I_0)^2} + \frac{\vartheta^2(l)}{l^2} + 4\frac{\vartheta^2(r)}{r^2} + \frac{\vartheta^2(t_1) + \vartheta^2(t_2)}{(t_2 - t_1)^2}}$$

kde je $S = \pi r^2$ plocha průřezu tyče.

Poznámka:
Kompenzovány jsou pouze ztráty způsobené na ohřívači, další ztráty jsou způsobeny nedokonalou tepelnou izolací během vedení tepla tyčí (odvod z povrchu tyče do okolí). Určené koeficienty tepelné vodivosti jsou tak zatíženy další chybou a určená hodnota je systematicky vyšší, než skutečná.

Literatura:
[1] M.Bednařík, P.Koníček, O.Jiříček: Fyzika I a II – Fyzikální praktikum, skriptum FEL ČVUT Praha 2003
[2] J.Brož a kol.: Základy fyzikálních měření, SNTL Praha 1985, str. 194-199