

## Vážený průměr

Často máme k dispozici výsledky měření fyzikální veličiny stanovené pomocí různých metod, různými experimentálními skupinami, s různými přístroji, atp. Můžeme pak stanovit nejlepší odhad veličiny, který zohlední různou přesnost jednotlivých výsledků.

Předpokládejme, že známe výsledky měření včetně jejich chyb ve tvaru  $X_1 \pm \sigma_{X_1}$ ,  $X_2 \pm \sigma_{X_2}$ , ...  $X_N \pm \sigma_{X_N}$ . Podmínkou pro použití tzv. **váženého průměru** je, že se tyto výsledky navzájem potvrzují, neboli každé dva intervaly se překrývají. Matematicky zapsáno:  $\forall i, j \in \langle 1; N \rangle i \neq j: \langle X_i - \sigma_{X_i}; X_i + \sigma_{X_i} \rangle \cap \langle X_j - \sigma_{X_j}; X_j + \sigma_{X_j} \rangle \neq \{ \}$

Čím větší chybou  $\sigma_{X_i}$  bylo měření zatíženo, tím menší vliv bude mít při výpočtu nejlepšího odhadu měřené veličiny. Určíme tedy nejprve tzv. **váhy** jednotlivých výchozích hodnot:

$$w_i = \left( \frac{1}{\sigma_{X_i}} \right)^2$$

Vážený průměr a chybu pak spočteme podle vztahů:

$$X_{\text{best}} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i X_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad \text{a} \quad \sigma_{X_{\text{best}}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^N w_i}}$$

Nejlepší odhad veličiny získaný pomocí váženého průměru pak můžeme zapsat ve tvaru:

$$X = (X_{\text{best}} \pm \sigma_{X_{\text{best}}})$$

**Příklad:** Průměr kovového válečku byl pomocí různých měřicích přístrojů stanoven jako  $d_1 = (31,5 \pm 0,5)$  mm,  $d_2 = (31,6 \pm 0,1)$  mm a  $d_3 = (31,63 \pm 0,05)$  mm. Určete nejlepší odhad průměru válečku včetně chyby pomocí váženého průměru.

Všechny tři intervaly se navzájem překrývají, můžeme tedy použít vážený průměr.

Váhy jednotlivých výsledků jsou:

$$w_1 = \left( \frac{1}{\sigma_{X_1}} \right)^2 = \left( \frac{1}{0,5} \right)^2 = 4, \quad w_2 = \left( \frac{1}{\sigma_{X_2}} \right)^2 = \left( \frac{1}{0,1} \right)^2 = 100, \quad w_3 = \left( \frac{1}{\sigma_{X_3}} \right)^2 = \left( \frac{1}{0,05} \right)^2 = 400$$

$$d_{\text{best}} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i d_i}{\sum_{i=1}^N w_i} = \frac{4 \cdot 31,5 + 100 \cdot 31,6 + 400 \cdot 31,63}{4 + 100 + 400} = 31,62301587 \text{ mm}$$

$$\sigma_{d_{\text{best}}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^N w_i}} = \frac{1}{\sqrt{4 + 100 + 400}} = 0,04454354 \text{ mm} \quad \boxed{d = (31,62 \pm 0,04) \text{ mm}}$$

## Vážený průměr

---

**Pozor !!!** Ne vždy vychází při výpočtech takto „pěkné“ váhy. Často jsou to čísla s řadou desetinných míst. **Je nutné** počítat s co nejpřesnějšími hodnotami – zlomky nebo alespoň co nejvíce desetinných míst. Každé zaokrouhlení vnáší do výsledků další chybu, které je třeba se vyvarovat. Zaokrouhlujeme až výsledné hodnoty  $d_{\text{best}}$  a  $\sigma_{d_{\text{best}}}$ .