

Chyby nepřímých měření

Při nepřímém měření hledanou veličinu přímo neměříme, ale počítáme ji z dříve změřených veličin podle příslušného vztahu (fyzikálního zákona). Protože se tyto veličiny vyznačují určitými chybami, musí i hledaná veličina mít nenulovou chybu, která na nich bude záviset.

Určujeme hodnotu fyzikální veličiny X , která závisí na N veličinách q_1, q_2, \dots, q_N naměřených s odchylkami $\sigma_{q_1}, \sigma_{q_2}, \dots, \sigma_{q_N}$. V matematické symbolice zapisujeme veličinu jako funkci N proměnných: $X = f(q_1, q_2, \dots, q_N)$. Její chybu počítáme pomocí parciálních derivací:

$$\sigma_X = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial q_1} \cdot \sigma_{q_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial q_2} \cdot \sigma_{q_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial q_N} \cdot \sigma_{q_N}\right)^2}$$

Příklad: Dřevěný hranolek má rozměry $a = (31,5 \pm 0,5)$ mm, $b = (32,0 \pm 0,5)$ mm, $c = (131,5 \pm 0,8)$ mm a hmotnost $m = (155 \pm 2)$ g. Určete jeho hustotu včetně chyby. Jaké je to dřevo?*

Pro hustotu tělesa tvaru kvádrů platí:

$$\rho = \frac{m}{a \cdot b \cdot c} = \frac{0,155}{0,0315 \cdot 0,0320 \cdot 0,1315} = 1169,352405 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\rho &= \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m} \cdot \sigma_m\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial a} \cdot \sigma_a\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial b} \cdot \sigma_b\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial c} \cdot \sigma_c\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{a \cdot b \cdot c} \cdot \sigma_m\right)^2 + \left(\frac{-m}{a^2 \cdot b \cdot c} \cdot \sigma_a\right)^2 + \left(\frac{-m}{a \cdot b^2 \cdot c} \cdot \sigma_b\right)^2 + \left(\frac{-m}{a \cdot b \cdot c^2} \cdot \sigma_c\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{\rho}{m} \cdot \sigma_m\right)^2 + \left(\frac{-\rho}{a} \cdot \sigma_a\right)^2 + \left(\frac{-\rho}{b} \cdot \sigma_b\right)^2 + \left(\frac{-\rho}{c} \cdot \sigma_c\right)^2} = \\ &= \rho \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{-\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{-\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{-\sigma_c}{c}\right)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\rho &= 1169,352405 \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{155 \cdot 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{-0,5 \cdot 10^{-3}}{31,5 \cdot 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{-0,5 \cdot 10^{-3}}{32,0 \cdot 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{-0,8 \cdot 10^{-3}}{131,5 \cdot 10^{-3}}\right)^2} \\ &= 30,92925603 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

Hustota dřeva, ze kterého je hranolek vyroben, je tedy: $\rho = (1170 \pm 30) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Jedná se o *cejlonský eben*.

* <http://www.prace-se-drevem.spibi.cz/Drevo-Druhy-Eben-Vychodoindicky.html>; online 18.8.2011