

Měření měrné tepelné kapacity kovů pomocí Newtonova zákona chladnutí

J. Erhart, 2. 9. 2014

Úkol: Změřte měrnou tepelnou kapacitu několika kovů

Teoretický úvod:

Pevné látky se skládají z malých částic (molekul a atomů), které se pohybují kolem svých rovnovážných poloh v krystalové mřížce. Každá částice se pohybuje jinou rychlostí a má také různě velkou kinetickou a potenciální energii. Součtem obou těchto forem energie pro všechny částice látky je vnitřní energie. Vnitřní energie přepočtená průměrně na jednu částici látky je pak úměrná teplotě tělesa. Větší množství průměrné vnitřní energie na jednu částici odpovídá vyšší teplotě, nižší průměrná vnitřní energie pak nižší teplotě. Vnitřní energie se může mezi tělesy předávat a to dvěma různými způsoby – konáním mechanické práce (např. při rozpínání nebo stlačování plynu) nebo předáváním tepla.

Částice látky si na rozhraní mezi dvěma tělesy vyměňují energii bez přenosu hmoty vzájemnými nárazy o sebe, tzv. tepelnou výměnou. Samovolně přechází teplo pouze z tělesa teplejšího na těleso chladnější, až se postupně vyrovnají průměrné vnitřní energie na jednu částici v obou tělesech, tj. dojde k vyrovnání teplot mezi oběma tělesy.

Podle Fourierova zákona (speciální případ pro jednorozměrné šíření tepla)

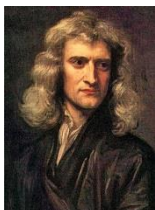
$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{\lambda}{l} S \Delta T \quad (1)$$

je teplo Q přenesené plochou S za jednotku času t úměrné rozdílu teplot $\Delta T = T - T_{okolí}$ mezi dvěma místy, kde λ [$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$] je součinitel tepelné vodivosti prostředí a l vzdálenost na jakou je teplo přenášeno.



Jean Baptiste Joseph Fourier (*1768 – †1830) [1] – francouzský matematik a fyzik. V matematice je podle něj nazvána např. Fourierova transformace a Fourierův rozvoj. Ve fyzice je podle něj nazván zákon šíření tepla, podle něhož je tepelný tok úměrný součiniteli tepelné vodivosti a rozdílu teplot tělesa a okolí. Objevil také např. skleníkový jev. Vedení tepla popsal v knize *Théorie analytique de la chaleur* (1822).

Předchůdcem J. Fouriera ve studiích předávání tepla mezi tělesy byl anglický fyzik a matematik I. Newton. Pro konvektivní ochlazování tělesa odvodil na základě pozorování průběh teploty v závislosti na čase. Zákon konvektivního ochlazování těles (tzv. Newtonův zákon chladnutí) lze odvodit zavedením měrné tepelné kapacity a hustoty prostředí do vztahu pro přenášené teplo v rovnici (1).



Isaac Newton (*1643 – †1727) [2] – jeden z nejvýznamnějších anglických matematiků a fyziků všech dob. V matematice je spolu s G. W. Leibnizem zakladatelem integrálního počtu. Ve fyzice se věnoval studiu vlastností světla a jeho rozkladu na jednotlivé barvy duhy a také pohybu tzv. Newtonovských viskozních kapalin. Nejvíce je však znám pro své univerzální zákony mechaniky pohybu těles (tzv. Newtonovy pohybové zákony) a klasickou teorii gravitace (tzv. Newtonův gravitační zákon). Pohybové zákony publikoval v knize *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (1687).

Množství tepla, které je předáváno tělesem do okolí za jednotku času (při laminárním proudění okolního prostředí) je přibližně úměrné rozdílu teplot mezi tělesem a okolním prostředím. Newtonův zákon konvektivního ochlazování tělesa lze integrací získat z Fourierova zákona (1) uvážíme-li, že $dQ = \rho c S l dt$

$$T(t) = T_{okolí} + (T(0) - T_{okolí})e^{-at} \quad (2)$$

kde $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c l}$ [$\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$] je součinitel přestupu tepla, l je vzdálenost, na jakou je teplo vedeno, c [$\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$] je měrná tepelná kapacita a ρ [kgm^{-3}] hustota okolního prostředí. Podle tohoto zákona klesá teplota tělesa během odnímání tepla okolím exponenciálně s časem. Pro malé teplotní rozdíly mezi tělesem a okolím (nebo krátké časové úseky t), je možno rovnici (2) aproximovat lineární závislostí

$$T(t) \approx T(0) - \alpha t(T(0) - T_{\text{okolí}}) \quad (3)$$

Podle Newtonova zákona ochlazování je součinitel přestupu tepla α považován za konstantní veličinu, což přesně neplatí např. při změně laminárního na turbulentní proudění okolního prostředí, nebo také pro velké rozdíly teplot mezi chladnoucím tělesem a okolním prostředím.

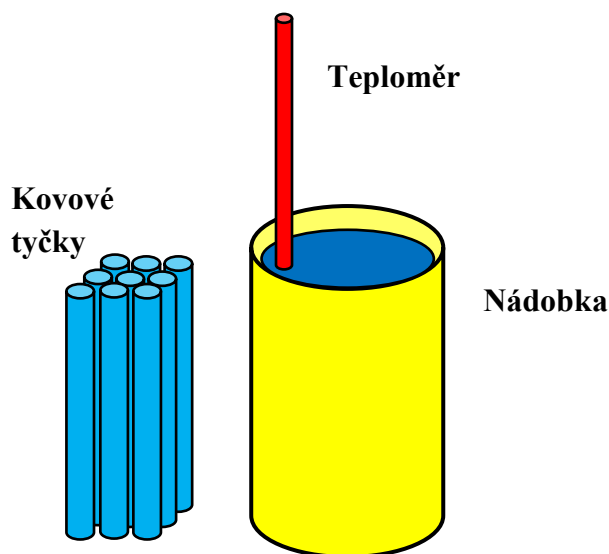
Teplota tělesa, ze kterého je teplo odváděno do okolí, se také může obecně lišit mezi jeho povrchem a vnitřkem. Obecně je teplota při chladnutí na povrchu tělesa nižší, hlouběji uvnitř tělesa pak vyšší. Na velikost rozdílů teplot na povrchu a uvnitř tělesa má vliv poměr mezi rychlostí s jakou je vedeno teplo materiálem uvnitř tělesa a rychlostí odvodu tepla vnějším prostředím. Pro tělesa s velkou tepelnou vodivostí (např. kovy) v prostředí s mnohem menší tepelnou vodivostí (např. v laminárním proudění vzduchu nebo vody kolem tělesa) je však rozdíl teplot mezi povrchem a vnitřkem tělesa minimální. Číselný limit pro tuto situaci je dán tzv. Biotovým číslem

$$Bi = \frac{\alpha_{\text{conv}}}{\lambda/l} < 0.1, \quad (4)$$

kde α_{conv} je součinitel konvektivního přestupu tepla do okolního prostředí. Při splnění podmínky (4) jsou rozdíly teplot uvnitř tělesa v rámci 2% rozptylu hodnot [3]. Taková tělesa pak mají prakticky konstantní teplotu v celém svém objemu a prostorové rozdělení teplot proto nemusíme uvažovat. Pro kovové prvky *centimetrové velikosti* ve vzduchu a při malých teplotních rozdílech (tj. při zachování laminárního proudění vzduchu kolem prvku) Biotovo číslo podmínku (4) dobře splňuje. Podrobnou diskuzi o mechanismech výměny tepla mezi tělesem a okolím viz např. [3].

Ochlazování tělesa v kontaktu s okolním prostředím lze využít pro měření měrné tepelné kapacity dobře tepelně vodivých materiálů, např. kovů. Jednoduché měření měrné tepelné kapacity bylo provedeno pro hliník [4]. Měření je založeno na výměně tepla mezi horkou vodou a chladnými kovovými tyčkami, které vkládáme do chladnoucí horké vody. Je sledována časová závislost teploty vody v nádobce při jejím chladnutí a změna této závislosti po vložení kovových tyček. Určení rozdílu teplot provedeme na skoku v průběhu teploty na křivce chladnutí vody.

Jako nádobku použijeme lehkou nápojovou plechovku o zanedbatelné hmotnosti M_N s horkou vodou o hmotnosti M_V – viz obrázek 1. Jako vzorek kovu použijeme několik kovových tyček malého průměru o celkové hmotnosti M_K . Tvar kovového vzorku je volen s ohledem na co nejrychlejší přestup tepla mezi horkou vodou a chladnější kovovou tyčkou, tj. dostatečně malý průměr tyček. Současně je také tyčovitý tvar vzorku nejvhodnějším tvarem pro odnímání tepla z celého objemu vody v nádobě bez případného vytváření teplotního gradientu v nádobě, jak by se stalo při umístění vzorku pouze u dna nádoby.



Obrázek 1. Experimentální uspořádání měření.

Horká voda necht' má před vložením kovových tyček teplotu T_H , která se po vložení tyček téměř okamžitě zmenší na hodnotu T_D . Teplota kovových tyček před vložením do vody je rovna pokojové teplotě T_P . Bezprostředně po vložení tyček do vody dochází k intenzivní výměně tepla – chladnější kovové tyčky teplo přijímají, horká voda spolu s nádobkou teplo odevzdává. Označme měrné tepelné kapacity vody, nádobky a kovových tyček postupně c_V , c_N a c_K . Kalorimetrická rovnice pro předaná tepla pak dává rovnost mezi teplem přijatým kovovými tyčkami a odevzdaným vodou a nádobkou

$$c_K M_K (T_D - T_P) = c_V M_V (T_H - T_D) + c_N M_N (T_H - T_D). \quad (5)$$

Rovnice (5) umožňuje vypočítat měrnou tepelnou kapacitu kovových tyček

$$c_K = c_V \frac{(T_H - T_D)}{(T_D - T_P)} \left[\frac{M_V}{M_K} + \frac{c_N M_N}{c_V M_K} \right], \quad (6)$$

pokud ovšem známe tepelnou kapacitu vody $c_V = 4181,8 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ [5], hmotnosti vody M_V , nádobky M_N a kovových tyček M_K , pokojovou teplotu T_P , teplotu vody T_H před a T_D po vložení kovových tyček. Hodnoty teplot T_H před a T_D po vložení kovových tyček do vody zjistíme na křivce časové závislosti teploty při chladnutí vody v nádobce.

Vlastnosti nádobky však nejsou předem známy. Podívejme se proto na velikost druhého členu v hranaté závorce v rovnici (6). Nápojová plechovka je vyráběna z některé ze slitin hliníku a její vlastnosti můžeme tedy vlastnostmi hliníku aproximovat – $c_N = 896 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ [5].

Použijeme-li při praktickém provedení měření nádobku o hmotnosti $M_N \approx 10 \text{ g}$, kovové tyčky o hmotnosti $M_K \approx 200 \text{ g}$ a vodu o přibližně stejné hmotnosti $M_V \approx 200 \text{ g}$, má druhý člen v závorce v rovnici (6) velikost stokrát menší oproti prvnímu členu. Měrnou tepelnou kapacitu kovových tyček pak můžeme určovat z jednoduššího vztahu

$$c_K \approx c_V \frac{(T_H - T_D) M_V}{(T_D - T_P) M_K}. \quad (7)$$

Po zanedbání druhého členu v závorce se dopouštíme nepříliš vysoké systematické chyby $\leq 1\%$. Měřená hodnota měrné tepelné kapacity kovu c_K podle vztahu (7) bude systematicky nižší o 1% oproti hodnotě skutečné. Výhodou tohoto postupu však je, že nemusíme znát vlastnosti nádobky, zvláště pak její měrnou tepelnou kapacitu c_N , kterou bychom jen obtížně určovali.

Při výběru vzorků pro měření měrné tepelné kapacity kovů volíme kovy s rozdílnými tepelnými kapacitami. Vodítkem mohou být tabulkové hodnoty měrných tepelných kapacit pro čisté kovy viz Tabulka 1.

Tabulka 1. Tabulkové hodnoty měrných tepelných kapacit kovů a jejich tepelné vodivosti [5].

Kov	c [$\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$]	λ [$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$]
Olovo	129	35
Cín	227	70
Měď	383	400
Zinek	385	120
Nikl	448	90
Železo	450	80
Titan	520	20
Hliník	896	240
Hořčík	1017	160

Postup měření:

1. Zvážíme nádobku a kovové tyčky – určíme hodnoty M_N , M_K .
2. Připravíme si teploměr, teploměrné čidlo (typ ST-9287, rozsah -50°C až $+150^\circ\text{C}$) připevníme na kolíček pryžovými gumičkami a upevníme ho na okraj nádoby – viz obr. 2. Teploměrem změříme pokojovou teplotu – určíme pokojovou teplotu T_P .



Obrázek 2. Teploměrné čidlo a jeho připevnění na kolíček a plechovku.

3. Připravíme si kovové tyčky, sepneme je gumou a zajistíme brzdíčkou – viz obr. 3. Snažíme se tyček co nejméně dotýkat holou rukou, abychom je neohřáli a nezvýšili tak jejich teplotu nad T_P .



Obrázek 3. Uspořádání experimentu - vlevo jsou kovové tyčky sepnuty gumovým vláknem, zajištěny brzdíčkou a připraveny pro vhození do vody.

4. Připravíme si hodinky a display teploměrného čidla. Ohřejeme vodu ve varné konvici do varu, chvíli počkáme, až var přestane a vodu nalijeme do nádoby s teploměrem. Nalijeme takové množství vody, které má hladinu mezi ryskami MIN-MAX vyznačenými na nádobce. Tím je zajištěno, že po vložení kovových tyček budou tyčky zcela ponořeny do vody a voda nepřeteče z nádoby ven. Začneme odečítat teplotu chladnoucí vody v časových úsecích po 10-15 s po dobu asi 5 minut (teplota se přitom sníží zhruba na 70-80°C).

5. Za stálého odečítání teploty vhodíme kovové tyčky do nádoby, zaznamenáme si tento časový okamžik t_0 a odečítáme teploty dalších asi 5 minut. S kovovými tyčkami manipulujeme pouze pomocí brzdíčky, která je pomocí gumového vlákna drží pohromadě. Do vody je spouštíme co nejrychleji a všechny naráz, nedotýkáme se tyček holou rukou.

6. Po skončení odečtu teploty zvážíme nádobku spolu s vodou a kovovými tyčkami, rozdílem určíme hmotnost nalité vody - určíme hmotnost M_V .

7. Graficky zobrazíme průběh teploty chladnoucí vody v nádobce – použijeme milimetrový papír, nebo počítačový program Excel. Extrapolujeme křivku teploty před vložení a po vložení kovových tyček lineární závislostí do stejného okamžiku t_0 , kdy byly vloženy tyčky do vody. Určíme teploty T_H a T_D jako hodnoty na těchto křivkách v čase t_0 .

8. Podle vztahu (7) určíme měrnou tepelnou kapacitu kovových tyček.

9. Měření opakujeme pro další vzorky kovových materiálů – hliník, mosaz a nerez ocel. Nádobku znovu vážit nemusíme, také pokojovou teplotu již máme určenu z předchozího měření.

10. Relativní chybu měření měrné tepelné kapacity určíme podle vztahu

$$\vartheta_r(c_K) = \left[\begin{aligned} &\vartheta_r^2(M_V) + \vartheta_r^2(M_K) + \left(\frac{T_H}{T_H - T_D}\right)^2 \vartheta_r^2(T_H) + \\ &+ \left(\frac{T_D(T_P - T_H)}{(T_H - T_D)(T_D - T_P)}\right)^2 \vartheta_r^2(T_D) + \left(\frac{T_P}{T_D - T_P}\right)^2 \vartheta_r^2(T_P) \end{aligned} \right]^{1/2} \quad (8)$$

Hmotnosti měříme na vahách s přesností na 0,1 g s relativní chybou 0,1%, teploty určíme teploměrem s přesností na 0,1°C s relativní chybou lepší než 0,5%.

Bezpečnostní pokyny:

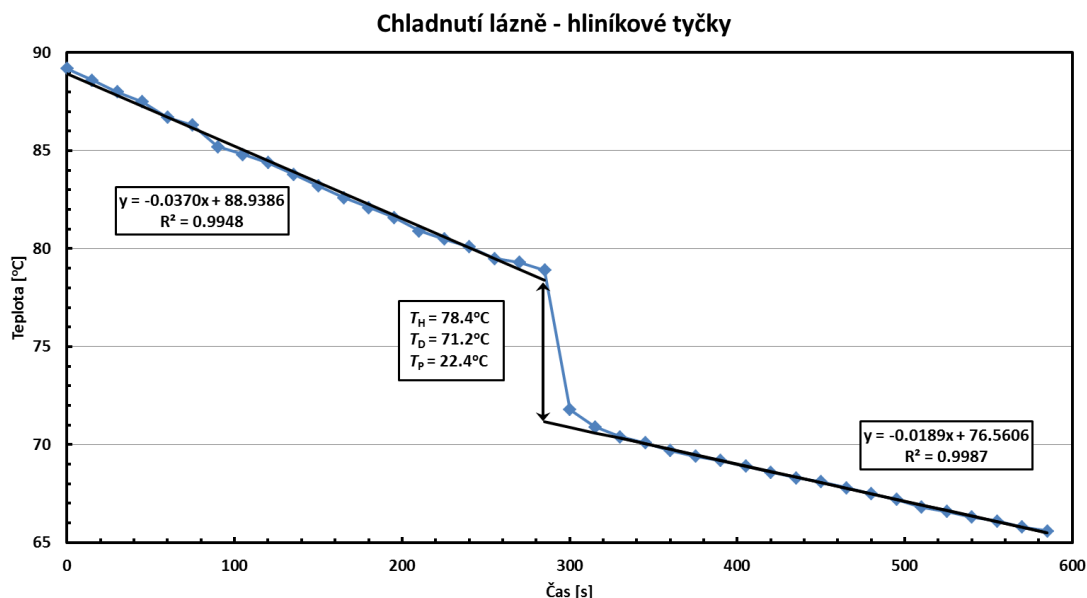
Opatrně manipulujeme s vařící vodou při jejím nalévání z varné konvice do nádoby a při manipulaci s nádobkou s horkou vodou (např. přenášení k vážení, vylévání vody), dáváme pozor na převrnutí nádoby! K manipulaci s plechovkou s horkou vodou použijeme přiloženou utěrku. Dáváme také pozor na možné poranění o ostré okraje nádoby!

Příklad měření:

Naměřené hodnoty jsou pro kovové tyčky z hliníkové slitiny neznámého složení.

Naměřené hmotnosti $M_N = 8,75$ g, $M_K = 131,91$ g, $M_V = 192,55$ g.

Naměřené teploty $T_P = 22,4$ °C, $T_H = 78,4$ °C, $T_D = 71,2$ °C. Teploty T_H a T_D byly určeny extrapolací křivek průběhu teploty během chladnutí vody do stejného okamžiku, kdy byly vloženy tyčky do vody.



Vypočtená měrná tepelná kapacita hliníku $c_K = (901 \pm 71) \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ s relativní chybou 8%.

Literatura

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/Joseph_Fourier

[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton

[3] M. Vollmer: Newton's law of cooling revisited, Eur. J. Phys. **30**, 5 (2009) 1063–1084

[4] W. Pereira da Silva, J. W. Precker, Diogo D. P. S. e Silva, Cleiton D. P. S. e Silva: A low-cost method for measuring the specific heat of aluminium, Physics Education **39**, 6 (2004) 514 – 517

[5] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL Praha 1980, str. 64-66